

אינטגרל כפונקציית "הצטברות של שטח"

דף עבודה – שאלון 571



היעזרו ביישומון



שלכם, צפו בסרטון



לאחר שתתחברו לחשבון וענו על השאלות הבאות:

סרטון



יישומון



1) הגרף הבא מציג את הרווח/הפסד היומי של חברת "חמש בריבוע" באלפי ש"ח במשך 10 ימים.

מספר חיובי מציין רווח באותו יום ואילו מספר שלילי מציין הפסד.

בתחילת היום הראשון יתרת המזומן של החברה היה 0 ש"ח.

בשאלות הבאות, התייחסו ליתרת המזומנים בסוף היום.

א. מה הייתה היתרה לאחר 3 ימים?

ב. מה הייתה היתרה לאחר 5 ימים?

ג. מה הייתה היתרה לאחר 6 ימים?

ד. בכמה ימים הייתה היתרה שלילית? באילו ימים?

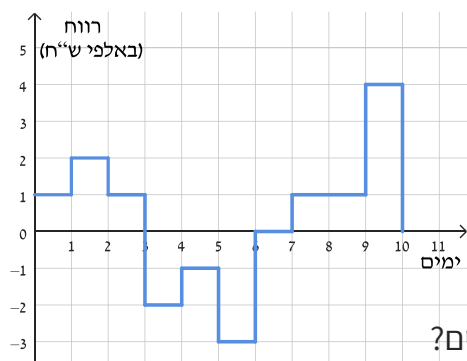
ה. בכמה ימים הייתה היתרה בסוף היום 0 ש"ח? באילו ימים?

ו. מה הייתה היתרה בסוף היום העשירי?

ז. חשבו את השטח בין הפונקציה לציר ה-x במשך 10 הימים, כאשר השטח שמתחת

לציר ה-x מחושב כ"שטח שלילי". מה הקשר של התוצאה לסעיף ו?

ח. סרטטו על הגרף הנתון סכמה של היתרה המצטברת של החברה.



2) בגרף הבא מתוארת הפונקציה $f(x)$.

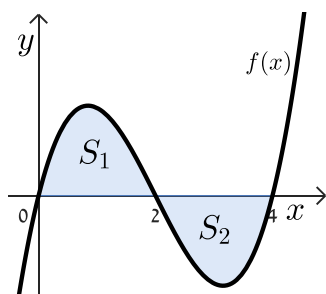
נגדיר פונקציה צוברת שטח: $F(x) = \int_0^x f(u) du$ המוגדרת עבור $x \geq 0$.

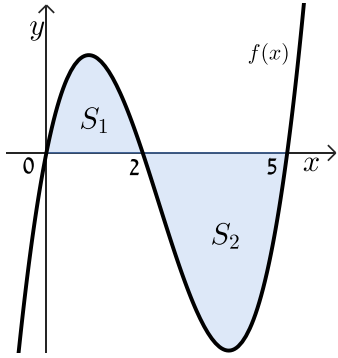
ענו על הסעיפים הבאים (נמקו תשובותיכם):

א. נכון/לא נכון: $S_1 + S_2 = \int_0^4 f(u) du$

ב. נתון: $S_1 = S_2 = 5$. חשבו: $F(0) = \underline{\hspace{2cm}}$, $F(4) = \underline{\hspace{2cm}}$, $F(2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

ג. נכון/לא נכון: $F(5) > 0$.





(3) הפונקציה $f(x)$ מתוארת בגרף הבא. נתון: $S_1 < S_2$.

נגדיר פונקציה צוברת שטח: $F(x) = \int_0^x f(u) du$ המוגדרת עבור $x \geq 0$.

א. עבור כל אחת מהטענות הבאות קבעו אם היא נכונה או לא ונמקו:

(1) $F(x) \geq 0$ לכל x בתחום הגדרתה.

(2) $F(x) > 0$ עבור $x > 5$.

(3) $F(x) < 0$ בכל התחום $2 < x < 5$.

(4) קיים x בתחום $2 < x < 5$ עבורו מתקיים $F(x) = 0$.

(5) קיים x בתחום $x > 5$ עבורו מתקיים $F(x) = 0$.

ב. עבור כל אחת מהטענות הבאות קבעו אם היא נכונה או לא ונמקו:

(1) ל- $F(x)$ יש נקודת מקסימום בתחום $0 < x < 2$.

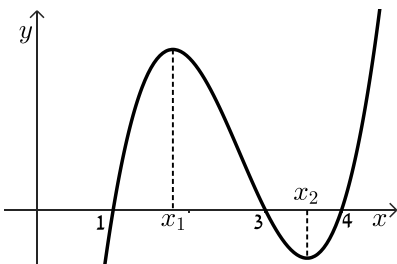
(2) ל- $F(x)$ יש נקודת מינימום בתחום $2 < x < 5$.

(3) ל- $F(x)$ יש נקודת מקסימום ב- $x = 2$.

(4) ל- $F(x)$ יש נקודת מינימום ב- $x = 5$.

ג. הביעו בעזרת S_1 ו- S_2 את ערכה המינימלי של $F(x)$.

ד. קבעו האם הטענה הבאה נכונה: $F'(x) = f(x)$ בתחום הגדרתה של F .



(4) צפו בסרטון וענו על השאלות הבאות:

הפונקציה $f(x)$ מתוארת בגרף הבא.

נגדיר פונקציה צוברת שטח: $F(x) = \int_1^x f(u) du$ המוגדרת עבור $x \geq 1$.

ענו על הסעיפים הבאים.

הביעו תשובותיכם במידת הצורך בעזרת x_1 ו- x_2 (נמקו תשובותיכם):

א. $F(1) = \underline{\hspace{2cm}}$

ב. מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של $F(x)$ ואת סוגן.

ג. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של $F(x)$.

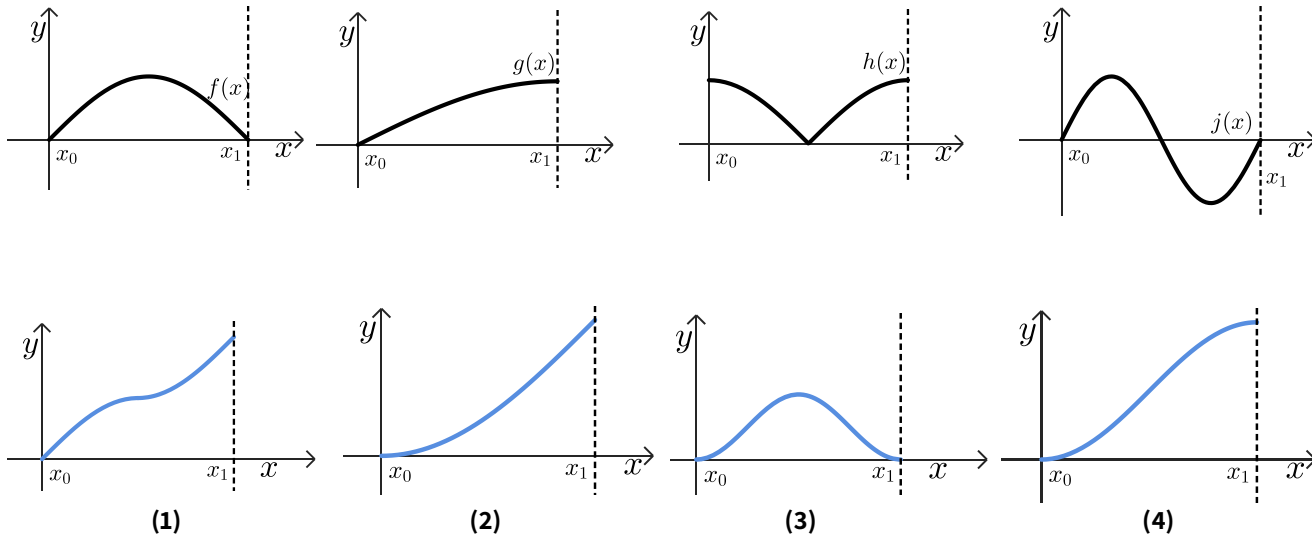
ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של $F(x)$.

ה. מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הפיתול ואת תחומי הקעירות של $F(x)$.

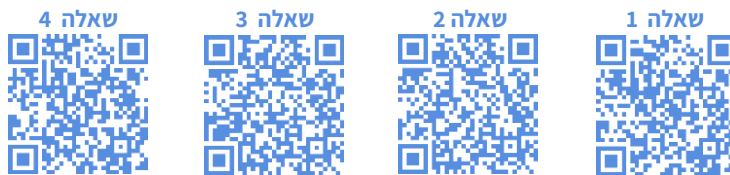
סרטון



(5) התאימו לכל אחת מהפונקציות את הפונקציה צוברת השטח שלה בתחום $x_0 \leq x \leq x_1$.



(6) שאלות לתרגול נוסף עם פתרונות מלאים מאתר גול: שאלה 1, שאלה 2, שאלה 3, שאלה 4.

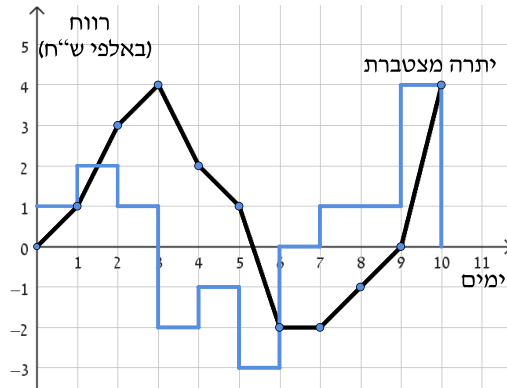


סיכום:

- ערך פונקציית ההצטברות בקצה התחום התחתון הוא אפס: $F(a) = 0$.
- כאשר הפונקציה הנתונה חיובית פונקציית ההצטברות עולה (כי מצטבר גודל חיובי).
- כאשר הפונקציה הנתונה שלילית פונקציית ההצטברות יורדת (כי מצטבר גודל שלילי).
- כאשר הפונקציה הנתונה חיובית ועולה פונקציית ההצטברות עולה באופן קעור כלפי מעלה (כי מצטבר גודל חיובי שהולך וגדל יותר ויותר).
- כאשר הפונקציה הנתונה חיובית ויורדת פונקציית ההצטברות עולה באופן קעור כלפי מטה (כי מצטבר גודל חיובי שהולך וגדל פחות ופחות).

תשובות סופיות:

- (1) א. 4 ב. 1 ג. -2 ד. 3 ימים-6,7,8 ה. ביום ה-9 בלבד.
ו. 4 ז. שטח 4 ריבועים. מתאים ל-4 אלף ש' יתרה ביום העשירי.
ח.



- (2) א. לא נכון, כי באינטגרל מצטבר "שטח שלילי".
ב. $F(0)=0, F(2)=5, F(4)=0$.
ג. נכון. בין 4 ל 5 מצטבר שטח חיובי.
- (3) א. (1) לא נכון. S_2 גורם לצבירת "שטח שלילי" גדול מ S_1 בערכו המוחלט.
(2) לא נכון. (3) לא נכון. (4) נכון. (5) נכון.
ב. (1) לא נכון. (2) לא נכון. (3) נכון. (4) נכון.
ג. $S_1 - S_2$.
- ד. נכון. קצב ההצטברות נקבע ע"י הפונקציה, כלומר הפונקציה היא נגזרת פונקציית ההצטברות (מתבסס על ה"משפט היסודי של החדו"א").
- (4) א. $F(1)=0$. ב. מקסימום: $x=3$, מינימום: $x=4$. ג. חיוביות: $x > 1$ שליליות: אין.
ד. עלייה: $1 < x < 3$ או $x > 4$. ירידה: $3 < x < 4$.
ה. שיעורי x של נקודות הפיתול: x_1, x_2 .
- קעירות כלפי מעלה: $1 < x < x_1$ או $x_2 < x$. קעירות כלפי מטה: $x_1 < x < x_2$.
- (5) $f(x) \rightarrow 4, g(x) \rightarrow 2, h(x) \rightarrow 1, j(x) \rightarrow 3$